

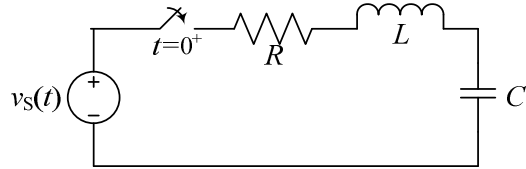
การทดลองที่ 8

เรื่อง RLC Circuit & Maximum Power Transfer

- วัตถุประสงค์**
1. เพื่อศึกษาถึงผลตอบสนองของ RLC circuit
 2. เพื่อศึกษาทฤษฎี Maximum power transfer กล่าวคือ ความสัมพันธ์ระหว่างค่ากำลังกับความถี่ และ กำลังกับค่า load impedance

ทฤษฎี วงจร RLC

พิจารณาวงจร RLC ในรูปที่ 1 ถ้าเริ่มจ่ายแรงดันไฟฟ้า v_s ที่เวลา $t=0^+$ แรงดันไฟฟ้าที่ตัวเก็บประจุ (v_C) จะค่อยๆ เพิ่มขึ้นจนเท่ากับ v_s เมื่อเข้าสู่ Steady State ซึ่งสามารถแสดงการเปลี่ยนแปลงของ v_C ด้วยสมการอนุพันธ์ต่อไปนี้ รูปที่ 1



$$LC \frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = v_s(t)$$

ที่สามารถเขียนได้อีกรูปแบบหนึ่งคือ

$$\frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{LC} = \frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv_C(t)}{dt} + \omega_0^2 v_C(t) = \frac{v_s(t)}{LC} = \omega_0^2 v_s(t)$$

โดย $\alpha = R/2L$; $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ ซึ่งมีชื่อเรียกว่า damping attenuation และ natural (resonant) frequency ตามลำดับ อัตราส่วนระหว่าง α กับ ω_0 มีชื่อเรียกว่า damping factor ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ ζ และมีค่าเท่ากับ

$$\zeta = \frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

ผลเฉลยของสมการอนุพันธ์ข้างต้นกรณี $v_s(t)=V_T u(t)$ สามารถหาได้โดยการหา Natural solution และ Forced solution แล้วทำการกำหนดค่าสัมประสิทธิ์โดยใช้เงื่อนไข $v_C(0)=V_0$ และ $i(0)=I_0$ ซึ่งจะมีค่าแตกต่างกันตามค่า ζ ดังนี้

i) Overdamped response ($\zeta > 1$)

$$v_C(t) = A_1 e^{-\alpha_1 t} + A_2 e^{-\alpha_2 t} + V_T; \alpha_1 = \omega_0 \left(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1} \right); \alpha_2 = \omega_0 \left(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1} \right); A_1 = \frac{\pm \alpha_2 (V_0 - V_T) \pm I_0 / C}{\alpha_2 - \alpha_1}$$

ii) Critically damped response ($\zeta = 1$)

$$v_C(t) = B_1 e^{-\alpha t} + B_2 t e^{-\alpha t} + V_T; \alpha = \omega_0 \zeta; B_1 = V_0 - V_T; B_2 = \alpha (V_0 - V_T) + I_0 / C$$

iii) Underdamped response ($\zeta < 1$)

$$v_C(t) = e^{-\alpha t} (C_1 \cos \omega_d t + C_2 \sin \omega_d t) + V_T; \alpha = \omega_0 \zeta; \omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2};$$

$$C_1 = V_0 - V_T; C_2 = \frac{\alpha (V_0 - V_T) + I_0 / C}{\omega_d}$$

โดย ω_d มีชื่อเรียกว่า damped resonant frequency

รูปที่ 2 แสดงการเปลี่ยนแปลงของ $v_C(t)$ ตามค่าของ ζ กรณีที่ $V_0 = I_0 = 0$, $V_T = 1$ และ $\alpha = 10^4$ เมื่อแรงดันไฟฟ้าจากแหล่งจ่ายเป็น 0 ก็จะทำให้เกิดการคายประจุ ทำให้ v_C ค่อยๆ ลดลงจนเท่ากับ 0 ใน Steady state ซึ่งการเปลี่ยนแปลงของ v_C เวลาคายประจุก็จะคล้ายคลึงกับเวลาสะสมประจุที่แสดงในรูปที่ 2

Maximum Power Transfer

เมื่อกำหนดให้ Z_S , Z_L เป็น source impedance และ load impedance ตามลำดับ เงื่อนไขการถ่ายโอนกำลังไปที่ Load ให้ได้สูงที่สุดคือ

$$Z_L = R_L + jX_L = Z_S^* = R_S - jX_S$$

ดังนั้น กำลังที่ Load จึงขึ้นกับค่า R_L นอกจากนั้น เนื่องจากค่า reactance เปลี่ยนตามความถี่ กำลังจึงเป็น ฟังก์ชันของความถี่ด้วย อนึ่ง ความถี่ที่ reactance ใน วงจรมีค่าเท่ากับ 0 มีชื่อเรียกว่า ความถี่ resonance ที่ ความถี่ resonance นี้ มุมเฟสต่าง (ϕ) ระหว่าง กระแสไฟฟ้ากับแรงดันที่ตกคร่อม Z_L จะเท่ากับ 0 ส่งผล ให้ค่า Power factor ($=\cos \phi$) เท่ากับ 1 ในขณะที่เมื่อ

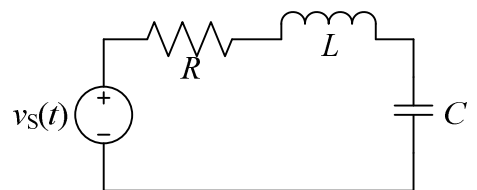
ความถี่เปลี่ยนไป ค่า Power factor จะลดลง อันเป็นผลให้กำลังที่ Load ลดลง

อุปกรณ์ที่ใช้ในการทดลอง Signal Generator, Oscilloscope, Resistors, Capacitors, Inductor

ลำดับขั้นในการทดลอง

ตอนที่ 1 วงจร RLC

1. ต่อวงจรดังรูปที่ 3 โดยให้ $R=2 \text{ k}\Omega$, $L=100 \text{ mH}$, $C=0.1 \text{ }\mu\text{F}$
2. ป้อนสัญญาณ v_s ลักษณะเป็น Square Wave โดยให้มีขนาด 2 V_{rms} ความถี่ 100 Hz และกำหนด offset $= 2 \text{ V}_{\text{DC}}$
3. ใช้ออสซิลโลสโคปวัดแรงดันที่ตกคร่อม Capacitor (v_C) เทียบกับ แรงดัน v_s บันทึกรูปคลื่นที่วัดได้
4. ใช้ออสซิลโลสโคปวัดกระแสเทียบกับแรงดัน v_s บันทึกรูปคลื่นที่วัดได้
5. ทำการทดลองซ้ำข้อ 2-4 โดยเปลี่ยนค่า R เป็น $100 \text{ }\Omega$, $500 \text{ }\Omega$, $5 \text{ k}\Omega$ และ $10 \text{ k}\Omega$ อนึ่ง ในกรณีที่ เป็น *Underdamped response* ให้ทำการวัดค่า ω_d จากรูปคลื่นด้วย

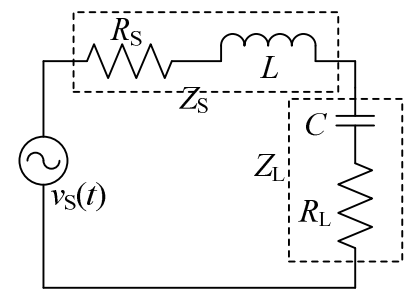


รูปที่ 3

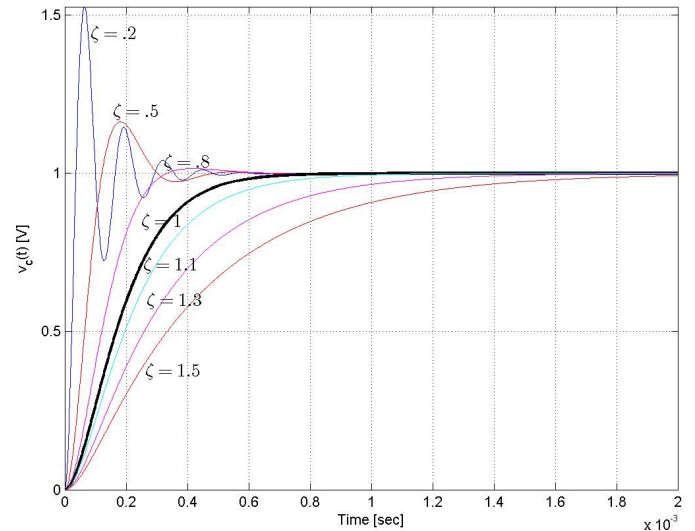
ตอนที่ 2 ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังที่ Load กับความถี่ ในที่นี้ กำหนดให้ Z_S เท่ากับ impedance รวมของ R_S กับ L ในขณะที่ Z_L เท่ากับ impedance รวมของ R_L กับ C ดังแสดงในรูปที่ 4

1. ต่อวงจรดังรูปที่ 4 โดยให้ $R_S=R_L=1 \text{ k}\Omega$, $L=100 \text{ mH}$, $C=0.1 \text{ }\mu\text{F}$
2. ป้อนสัญญาณ v_s ลักษณะเป็น Sine Wave โดยให้มีขนาด $4 \text{ V}_{\text{p-p}}$
3. ใช้ออสซิลโลสโคปวัดแรงดันไฟฟ้าคร่อม R_L (v_L) และมุมเฟสเมื่อเทียบกับ แรงดัน v_s (ϕ) เพื่อหาความถี่ Resonance (f_r)
4. เปลี่ยนค่าความถี่ตามกำหนดในตารางที่ 1 แล้วทำการวัดค่า v_L , ϕ

ตารางที่ 1 $f_r = \underline{\hspace{2cm}} \text{ kHz}$



รูปที่ 4



รูปที่ 2

f/f_r	.05	.1	.2	.5	1	2	5	10	50
$v_L [\text{V}_p]$									
$\phi [^\circ]$									

ตอนที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังที่ Load กับ R_L

1. ต่อวงจรดังรูปที่ 4 โดยให้ $R_S = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 100 \text{ mH}$, $C = 0.1 \text{ }\mu\text{F}$ และใช้ค่า R_L ตามกำหนดในตารางที่ 2
2. ป้อนสัญญาณ v_s ลักษณะเป็น Sine Wave โดยให้มีขนาด 4 V_{p-p} และใช้ความถี่ resonance
3. ใช้ออสซิลโลสโคปวัดแรงดันไฟฟ้าคร่อม R_L (v_L) และมุมเฟสเมื่อเทียบกับแรงดัน v_s (ϕ)

ตารางที่ 2 $f_r =$ _____ kHz

R_L/R_S	.05	.1	.2	.5	1	2	5	10	25
v_L [V _p]									
ϕ [°]									

ตอนที่ 4 ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังที่ Load กับค่า Capacitance

1. ต่อวงจรดังรูปที่ 4 โดยให้ $R_S = R_L = 200 \text{ }\Omega$, $L = 100 \text{ mH}$ และใช้ค่า C ตามกำหนดในตารางที่ 3
2. ป้อนสัญญาณ v_s ลักษณะเป็น Sine Wave โดยให้มีขนาด 4 V_{p-p} และใช้ความถี่เท่ากับ 500 Hz
3. ใช้ออสซิลโลสโคปวัดแรงดันไฟฟ้าคร่อม R_L (v_L) และมุมเฟสเมื่อเทียบกับแรงดัน v_s (ϕ)

ตารางที่ 3

C [μF]	.01	.1	1	5	10
v_L [V _p]					
ϕ [°]					

การสรุปผลการทดลอง

1. ในตอนที่ 1 เปรียบเทียบรูปคลื่นของ v_L ที่วัดได้กับรูปคลื่นจากผลเฉลยในหน้า 1 เพื่อตรวจสอบความคลาดเคลื่อน
 2. ในตอนที่ 2-4 ให้ทำการหากระแสไฟฟ้าที่ Load (i_L), กำลังที่ Load (P_L), กำลังจาก Source (P_S), ค่าประสิทธิภาพ ($\eta = (P_L / P_S) \times 100\%$) จากค่ากระแสที่วัดได้ และคำนวณค่า v_L , i_L , ϕ , P_L , P_S , η ตามทฤษฎี จากนั้น ทำการพล็อตกราฟ
 - ตอนที่ 2: $P_{L, \text{measure}} - f/f_r$ กับ $P_{L, \text{calculate}} - f/f_r$ และ $\phi_{\text{measure}} - f/f_r$ กับ $\phi_{\text{calculate}} - f/f_r$ โดยใช้กราฟ Semi-log (แกนนอนเท่ากับ f/f_r)
 - ตอนที่ 3: $P_{L, \text{measure}} - R_L/R_S$ กับ $P_{L, \text{calculate}} - R_L/R_S$ โดยใช้กราฟ Semi-log (แกนนอนเท่ากับ R_L/R_S)
- และแสดงตารางเปรียบเทียบค่าจากการวัดและคำนวณตามทฤษฎีสำหรับตอนที่ 4
3. แสดงตารางเปรียบเทียบผลที่วัดได้กับค่าตามทฤษฎีในทุกการทดลอง
 4. วิเคราะห์ผลการวัดที่ได้ เช่น ค่าความคลาดเคลื่อน ข้อผิดพลาด และอื่นๆ โดยใช้ทฤษฎีประกอบการอธิบาย
 5. ระบุหน่วยให้ชัดเจน โดยเฉพาะหน่วย rms กับ p-p

คำถามท้ายการทดลอง

1. แสดงวิธีการแก้สมการอนุพันธ์เพื่อหา $v_L(t)$ เพื่อพิสูจน์ว่า ผลเฉลยในหน้า 1 เป็นผลเฉลยที่ถูกต้อง
2. คำนวณหา $i(t)$ ตามทฤษฎี และเปรียบเทียบกับรูปคลื่นของกระแสที่วัดได้
3. จงวิเคราะห์ว่า ค่า R , L , C ที่ใช้ในการทดลองมีความคลาดเคลื่อนมากน้อยเพียงใด จากผลการทดลองที่วัดได้ เช่น ความถี่ resonance ค่า damped resonant frequency กำลัง มุมเฟส เป็นต้น

หมายเหตุ กำลังที่กล่าวถึงข้างต้นหมายถึง กำลังเฉลี่ย และให้ใช้กระดาษกราฟในการบันทึกรูปและพล็อตกราฟ